

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГАЗОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА ШАХТНОЙ ПЕЧИ ДЛЯ ПЕРЕПЛАВКИ МЕДНЫХ ПЛАСТИН

Девярых Т.О., Девярых Е.А.

ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург, Россия

В данной работе описано создание математической модели газодинамики и теплообмена шахтной печи для переплавки медных пластин. Также создан программный продукт, рассчитывающий изотермическую и не изотермическую задачи движения газов, задачи теплообмена. В результате расчета получены таблицы распределения параметров (температуры, скорость и др.) с возможностью экспорта в MathCad для графического отображения.

Ключевые слова: математическая модель, газодинамика, шахтная печь, дискретный аналог, среда программирования Microsoft Visual Studio 2010, MathCad.

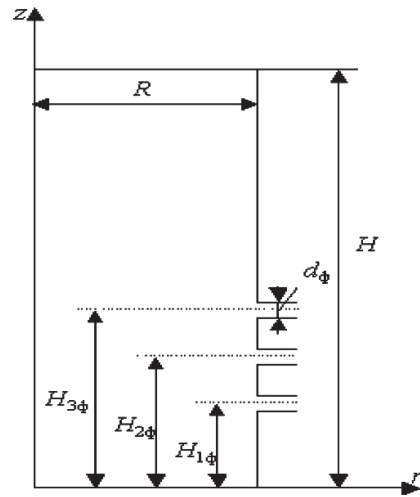
In this article there are description of creation of mathematical model of gas dynamics and heat transfer of a shaft furnace for melting copper plates. As well software was created, which calculates the isothermal and non-isothermal gas movement, heat transfer. As a result there are distribution table of parameters (temperature, velocity, etc.) obtained. Data can be exported to MathCad for graphical visualization.

Keywords: mathematical model, gas dynamics, shaft furnace, the discrete analog environment of programming Microsoft Visual Studio 2010, MathCad.

Работы по математическому моделированию шахтных печей в последнее время находят большой интерес, но вопрос о надежных методах оптимизации их конструктивных и режимных параметров все еще остается актуальным. Имеющиеся математические модели газодинамики и теплообмена не учитывают механизма движения слоя материала, подвергающегося тепловой обработке. В каждой конкретной шахтной печи источники движения материала специфичны, однако имеется класс агрегатов, в которых побудительной причиной движения является плавление шихты. К данному классу агрегатов относится шахтная печь для переплавки медных пластин. В этом случае скорость движения (опускания) материалов сама является суммарным результатом развития теплофизических процессов, что должно найти отражение в математической модели шахтной печи.

Физическая постановка задачи заключается в следующем (рис. 1). В шахтную печь высотой H и характерным средним радиусом R через дискретно расположенные газораспределительные устройства диаметром d_{ϕ} (в дальнейшем называемые фурмами) вдувается газ в количестве Q_{Γ} , м³/с, с температурой T_0 , °С. Для создания необходимой высоты зоны плавления газораспределительные устройства размещаются на трех горизонтах, причем расстояние от «днища» печи до плоскостей осей фурм составляет $H_{1\phi}$, $H_{2\phi}$, $H_{3\phi}$, м. Сверху в печь загружают шихтовые материалы, эквивалентный диаметр частиц которых d_{m0} , м, температура – t_0 , °С, а объемный расход – Q_m , м³/с. В процессе передачи теплоты от газов к материалу происходит нагрев, плавление и перемещение последнего. Требуется найти распреде-

Рис. 1. Принципиальная схема газовой шахтной печи



ление температур и скоростей материала и газов в объеме печи.

Хотя горячий газ вводится в рабочее пространство печи дискретно, считаем движение теплоносителей осесимметричным. Основанием для такого упрощения является то обстоятельство, что для рассматриваемой конструкции печи расстояние между осями фурм по окружности наружной поверхности не превышает 0,54 м, а при этих условиях уже на расстоянии R от плоскости фурм течение газов становится практически двумерным.

Математическая формулировка поставленной задачи в предположении о безвихревом установившемся характере движения газов и материалов включает следующие уравнения.

Уравнение баланса массы газов (уравнение неразрывности):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\epsilon \rho_r r w_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon \rho_r w_{rz}) = 0, \quad (1)$$

где r и z – радиальная и аксиальная координаты, м; w_{rr} и w_{rz} – радиальная и аксиальная компоненты скорости газа, м/с; ρ_r (кг/м³) и ϵ (доли единицы) – плотность газа и порозность слоя соответственно. Вводя функцию тока $\psi(r, z)$, имеющую смысл массового расхода газа, соотношениями:

$$w_{rr} = \frac{1}{\epsilon \rho_r r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w_{rz} = -\frac{1}{\epsilon \rho_r r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (2)$$

и используя условие отсутствия завихренности $\partial w_{rr} / \partial z - \partial w_{rz} / \partial r = 0$, получаем определяющее уравнение для функции тока

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\epsilon \rho_r r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\epsilon \rho_r r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = 0. \quad (3)$$

Уравнение теплового баланса (энергии), объединенное с уравнением неразрывности, запишется так:

$$c_r \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(T \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(T \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right] = -\alpha_v r (T - t_{\text{мас}}) - r L \rho_m (1 - \epsilon) \frac{d\gamma}{d\tau}, \quad (4)$$

где c_r и T – удельная теплоемкость [Дж/(кг·К)] и температура (°С) газа; $t_{\text{мас}}$ и L – среднemasовая температура (°С) и удельная теплота плавления (Дж/кг)

материала; α_V – объемный коэффициент теплопередачи, Вт/(м³·К); $\gamma = (d_{m0}^3 - d_m^3)/d_{m0}^3$ – степень расплавления куска шихты, доли; ρ_m – плотность материала «куска» шихты, кг/м³; τ – время, с.

Соответствующие схеме (см. рис. 1) граничные условия уравнения (3) имеют вид:

$$\psi = \begin{cases} \rho_r Q_V & \text{при } r = 0 \text{ и } 0 \leq z < H; \\ \rho_r Q_V & \text{при } 0 \leq r \leq R \text{ и } z = 0; \\ \rho_r Q_V & \text{при } r = R \text{ и } 0 \leq z < H_{1\Phi}; \\ \rho_r Q_V - \frac{\rho_r Q_{1V}}{d_\Phi} \left(z - H_{1\Phi} + \frac{d_\Phi}{2} \right) & \text{при } r = R \text{ и } H_{1\Phi} - \frac{d_\Phi}{2} \leq z \leq H_{1\Phi} + \frac{d_\Phi}{2}; \\ \rho_r Q_V - \rho_r Q_{1V} & \text{при } r = R \text{ и } H_{1\Phi} + \frac{d_\Phi}{2} \leq z \leq H_{2\Phi} - \frac{d_\Phi}{2}; \\ \rho_r Q_V - \rho_r Q_{1V} - \frac{\rho_r Q_{2V}}{d_\Phi} \left(z - H_{2\Phi} + \frac{d_\Phi}{2} \right) & \text{при } r = R \text{ и } H_{2\Phi} - \frac{d_\Phi}{2} \leq z \leq H_{2\Phi} + \frac{d_\Phi}{2}; \\ \rho_r Q_V - \rho_r Q_{1V} - \rho_r Q_{2V} & \text{при } r = R \text{ и } H_{2\Phi} + \frac{d_\Phi}{2} \leq z \leq H_{3\Phi} - \frac{d_\Phi}{2}; \\ \rho_r Q_V - \rho_r Q_{1V} - \rho_r Q_{2V} - \frac{\rho_r Q_{3V}}{d_\Phi} \left(z - H_{3\Phi} + \frac{d_\Phi}{2} \right) & \text{при } r = R \text{ и } H_{3\Phi} - \frac{d_\Phi}{2} \leq z \leq H_{3\Phi} + \frac{d_\Phi}{2}; \\ 0 & \text{при } r = R \text{ и } H_{3\Phi} + \frac{d_\Phi}{2} \leq z \leq H. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь $Q_{1V} + Q_{2V} + Q_{3V} = Q_V$.

$$\partial\psi/\partial z = 0 \text{ при } z = H \text{ и } 0 \leq r \leq R. \quad (5, a)$$

Заметим, что соотношение (5, a) эквивалентно утверждению об одномерном характере движения газов на выходе из слоя.

На стенках печи (кроме фурм) задаются потери теплоты конвекцией и теплопроводностью в окружающую среду при $r = R$

$$-\lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} = k(T - T_{\text{окр}}), \quad k = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_i \frac{S_i}{\lambda_{mi}} + \frac{1}{\alpha_2} \right), \quad (6)$$

где k – коэффициент теплопередачи от газа в рабочем пространстве печи в окружающую среду, Вт/(м²·К); α_1 и α_2 – коэффициенты теплоотдачи на внутренней и внешней поверхностях стенки печи, Вт/(м²·К); S_i и λ_{mi} – толщина (м) и коэффициент теплопроводности [Вт/(м·К)] i -го огнеупорного слоя кладки, соответственно; λ_r – коэффициент теплопроводности газа у внутренней поверхности стенки, Вт/(м·К).

На уровне засыпи, а также у стенки печи движение газа одномерное, поэтому уравнение теплового баланса упрощается до соотношения

$$c_r \rho_r \varepsilon w_{rz} \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_v (t_{\text{мас}} - T) \quad (7)$$

при $z = H$, причем здесь $t_{\text{мас}} = t_0 = \text{const}$. Тогда уравнение (7) превращается в ОДУ первого порядка, имеющее решение

$$T(z) = t_0 + A \cdot \exp\left(-\frac{\alpha_v z}{c_r \rho_r \varepsilon w_{rz}}\right), \quad (7, a)$$

где A – постоянная интегрирования. При $r = R$ и $z = H_{1\phi}$ $T = T_0$, следовательно,

$$A = (T_0 - t_0) \cdot \exp\left(\frac{\alpha_v H_{1\phi}}{c_r \rho_r \varepsilon w_{rz}}\right)$$

и

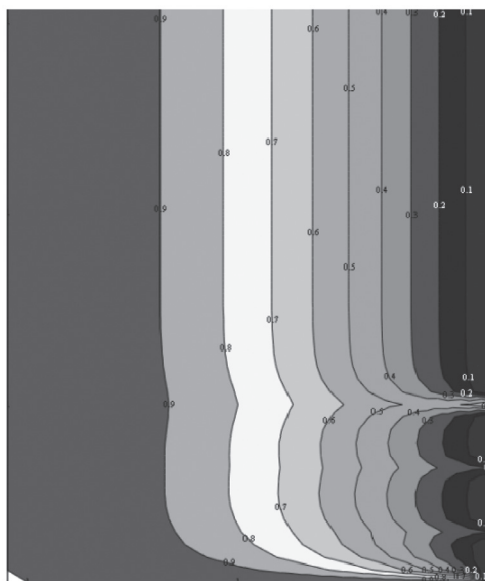
$$T = t_0 + (T_0 - t_0) \cdot \exp\left[-\frac{\alpha_v (H - H_{1\phi})}{\tilde{n}_r \rho_r \varepsilon w_{rz}}\right], \quad (7, б)$$

при $z = H$ и $0 \leq r \leq R$.

Совокупность уравнений (1)–(7, б), представленная (в различных сочетаниях) в конечно-разностном виде, составляет математическую инженерную модель шахтной печи для переплавки медных пластин.

Полученная математическая модель была реализована в среде Microsoft Visual Studio 2010 Professional и MathCad. Программный продукт состоит из нескольких блоков, которые выполняют следующие функции:

1. Загрузка исходных данных, включая все геометрические, расходные и теплофизические параметры. Предусмотрен ввод горячих газов на трех горизонтах печи, причем соотношение расходов на горизонтах можно менять.
2. Решение изотермической осесимметричной задачи в цилиндрической системе координат, при этом порозность слоя принимается постоянной, среднестатистической.
3. Решение задачи теплообмена (т.е. уравнения нагрева материала и охлаждения газов) на основании полученного поля скорости. Теплофизические свойства газов и материалов принимаются зависящими от температуры. Пункты 2 и 3 образуют предварительный этап решения задачи.
4. Решение неізотермической задачи движения газов. Данный этап является основным. Здесь одновременно решаются все уравнения модели.



Ψ^T

Рис. 2. График линий тока в Mathcad

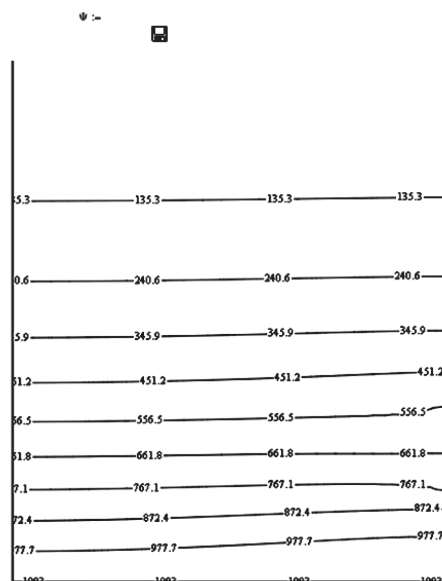


Рис. 3. Распределение температур материала по радиусу печи

В качестве примера на рис. 2 и рис. 3 представлены график линий тока (экспортированный в MathCad) и распределение температур материала по радиусу печи.

Список использованных источников

1. Китаев Б.И. Тепло- и массообмен в плотном слое / Тимофеев В.Н., Боковиков Б.А. – М.: Металлургия, 1972. – 432 с.
2. Швыдкий В.С. Элементы теории систем и численные методы моделирования процессов тепломассопереноса / Спирин Н.А., Лодыгинцев М.Г. и др. – М.: Интермет Инжиниринг, 1999. – 520 с.
3. Био М. Вариационные принципы в теории теплообмена. Перевод с англ. – М.: Энергия, 1975. – 208 с.